

PART B DE LA PRIMERA PROVA: PROVA PRÀCTICA

Indicacions generals: no s'acceptarà cap resultat sense el corresponent desenvolupament i justificació.

OPCIÓ A

1.- Una matriu quadrada se'n diu màgica si, i només si, les sumes dels elements de les seves files, de les seves columnes, i de les seves diagonals són totes iguals.

- Demostreu que qualsevol matriu M és la suma d'una matriu simètrica M_1 i una matriu antisimètrica M_2 **(2,5 p.)**
- Demostreu que la suma de matrius màgiques és també una matriu màgica i que el producte d'un escalar per una matriu màgica és també una matriu màgica. **(2 p.)**
- Calculeu totes les matrius màgiques antisimètriques d'ordre 3. **(1,5 p.)**
- Construïu totes les matrius màgiques simètriques d'ordre 3 (pot ser recomanable començar per les matrius màgiques de suma nul·la i després generalitzar-lo a suma $s \neq 0$) **(3 p.)**
- Demostreu que les matrius màgiques d'ordre 3 formen un espai vectorial sobre \mathbb{R} . Quina és la seva dimensió? **(1 p.)**

2.- Determinar l'àrea limitada per l'eix OX, la corba d'equació:

$$y = 2\sin^2 x - 3 \cos x$$

i dues abscisses separades entre sí per una distància igual a un període de la corba. **(10 p.)**

3.- La recta tangent a una circumferència de radi r , traçada en un punt A de la circumferència, porta marcat un segment AN amb longitud igual a la de l'arc de la circumferència AM (pres en el mateix sentit). La recta MN talla a la recta AO (sent O el centre de la circumferència) en el punt B. Calculeu: $\lim_{N \rightarrow A} OB$ **(10 p.)**

4.- Dos jugadors A i B juguen, alternativament, partides d'un joc. Guanya el joc el primer jugador que aconsegueix guanyar una partida. La probabilitat que guanyi A les seves partides és p_1 , i la probabilitat que guanyi B les seves és p_2 , amb $p_2 > p_1$. Per compensar l'avantatge que té, B deixa que A jugui la primera partida. Quina relació han de complir p_2 i p_1 per a que el joc sigui just, és a dir, per a que A i B tinguin la mateixa probabilitat de guanyar el joc? **(10 p.)**